

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЭКСТРАКЦИИ ВЛАГИ ИЗ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА

Куликов Дмитрий Александрович

Пахилова Виктория Сергеевна

Институт теоретической и прикладной
механики им. Христиановича СО РАН

Сибирский государственный университет водного транспорта

Аннотация: Данное исследование посвящено исследованию процесса извлечения влаги из пористого материала при тепловом нагружении, и построению математической модели для описания процесса экстракции влаги. В качестве исследуемого материала было взято зерно, с начальной влажностью $W_0 = 9,6; 20$ и 25% . В ходе работы показано изменение интенсивности сушки исследуемого образца при изменении температуры нагрева и варьирования начальной влажности. Построена упрощенная математическая модель для описания процесса сушки.

Ключевые слова: Экстракция влаги, сушка пористого материала, математическая модель, сушка зерна, тепловое нагружение.

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF MOISTURE EXTRACTION FROM A POROUS MATERIAL

Kulikov Dmitry Alexandrovich

Pakhilova Victoria Sergeevna

Abstract: This study is devoted to the study of the process of extracting moisture from a porous material under thermal loading, and the construction of a mathematical model to describe the process of extracting moisture. As the test material, grain was taken, with an initial moisture content $W_0 = 9.6; 20$ and 25% . In the course of the work, the change in the intensity of drying of the test sample is shown with a change in the heating temperature and a change in the initial moisture content. A simplified mathematical model has been built to describe the drying process.

Key words: Moisture extraction, porous material drying, mathematical model, grain drying, thermal loading.

Физические процессы постоянно окружают человека на протяжении всей его жизни. Данные процессы зачастую нуждаются в их описании для применения в более широком спектре деятельности. К примеру, процессы происходящие за пределами земли или в недрах мантии нуждаются в представлении и описании. Однако воспроизвести интересующий процесс зачастую невероятно сложно или попросту невозможно. Поэтому описания реальных физических процессов в лабораторных условиях существует необходимость в упрощенном представлении исследуемых явления. Данную задачу выполняет создание модели исследуемого процесса. Под моделью в первую очередь подразумевается некоторая система, упрощенно описывающая другую, более сложную систему. В общем случае модель есть абстрактное представление реальности в иной форме (например: дескриптивной, символической, физической, графической или математической), предназначенное для представления определенных аспектов этой реальности и позволяющее получить ответы на изучаемые вопросы [1-5]. Основное требование, предъявляемое к моделям это воспроизводство основных свойств исследуемого объекта.

В данной работе рассмотрен процесс тепломассопереноса сферической пористой частички. В качестве объекта исследования взято пшеничное зернышко в некотором приближении, которое можем рассматривать в виде шара. Модель частицы нагретые представлена на рисунке 1.

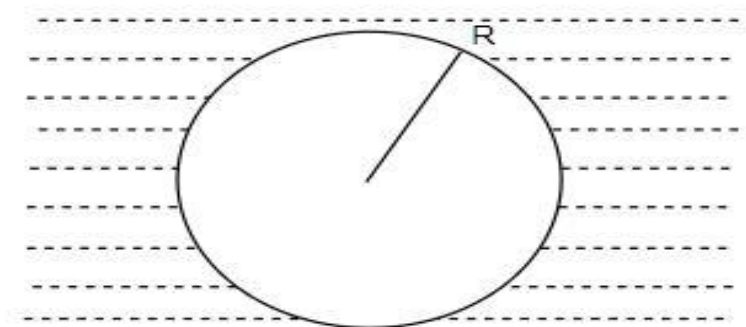


Рис. 1. Модель частички зерна помещенного в стационарную среду

В качестве исследуемого объекта рассматривалась засыпка из пшеничного зерна, имеющего начальную влажность $W_0 = 9,6; 20$ и 25% . Данные образцы засыпались в металлическую тарелку, предварительно измеренную, и подвергались предварительному замеру, что впоследствии принималось за начальную массу при $t = 0$. После измеренные образцы помещались в тепловой шкаф, предварительно разогретый до требуемой в эксперименте температуры. Эксперименты проведены для температурного диапазона от 50 до $120\text{ }^{\circ}\text{C}$, с интервалом $10\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Через каждые 5 минут образцы извлекались из сушильного шкафа для регистрации массы, затем повторно помещались в равномерное тепловое поле. Общая продолжительность одиночного эксперимента составляла 40 минут.

Влияние начальной влажности. Результаты измерений представлены на рисунках (2-4)

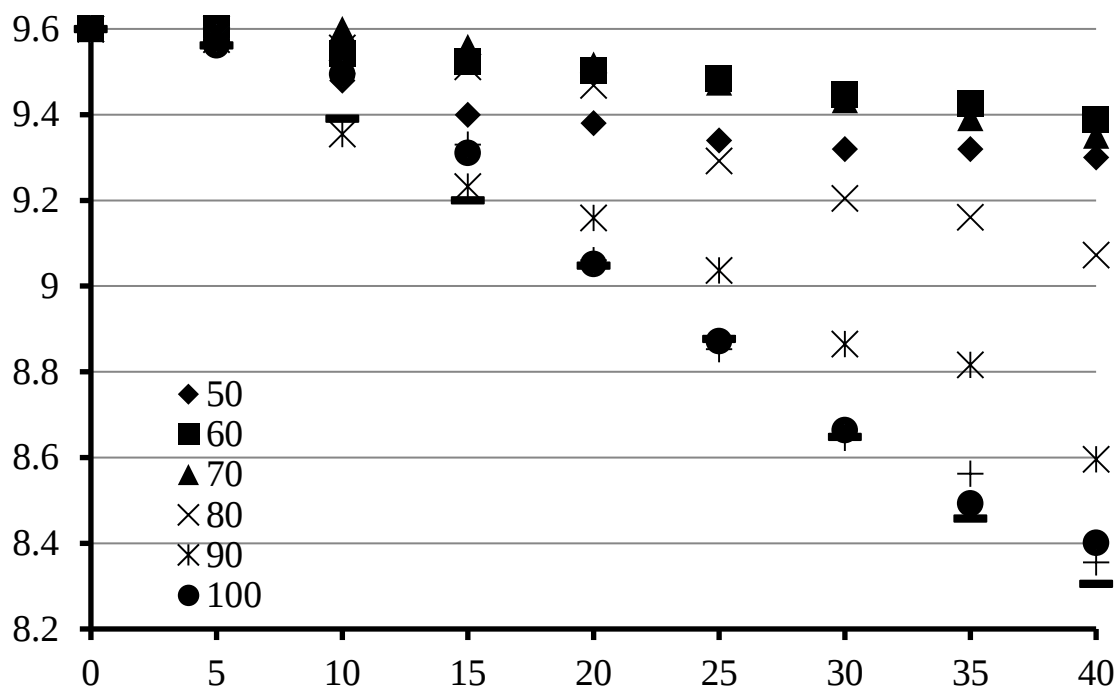


Рис. 2. Динамика уменьшения влаги при $W_0 = 9,6$

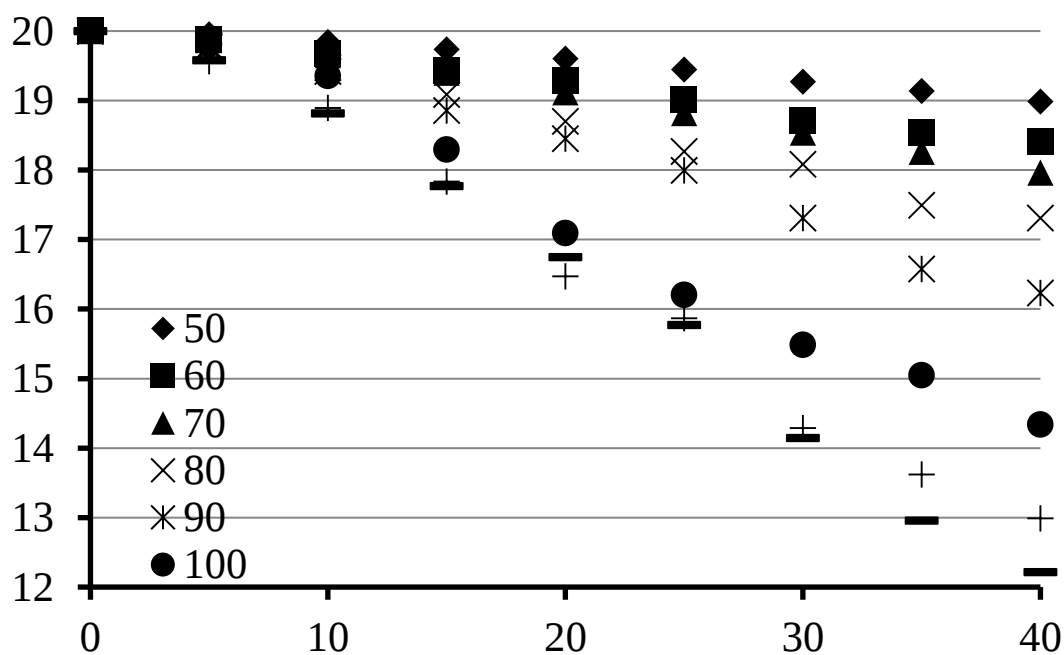


Рис. 3. Динамика уменьшения влаги при $W_0 = 20$

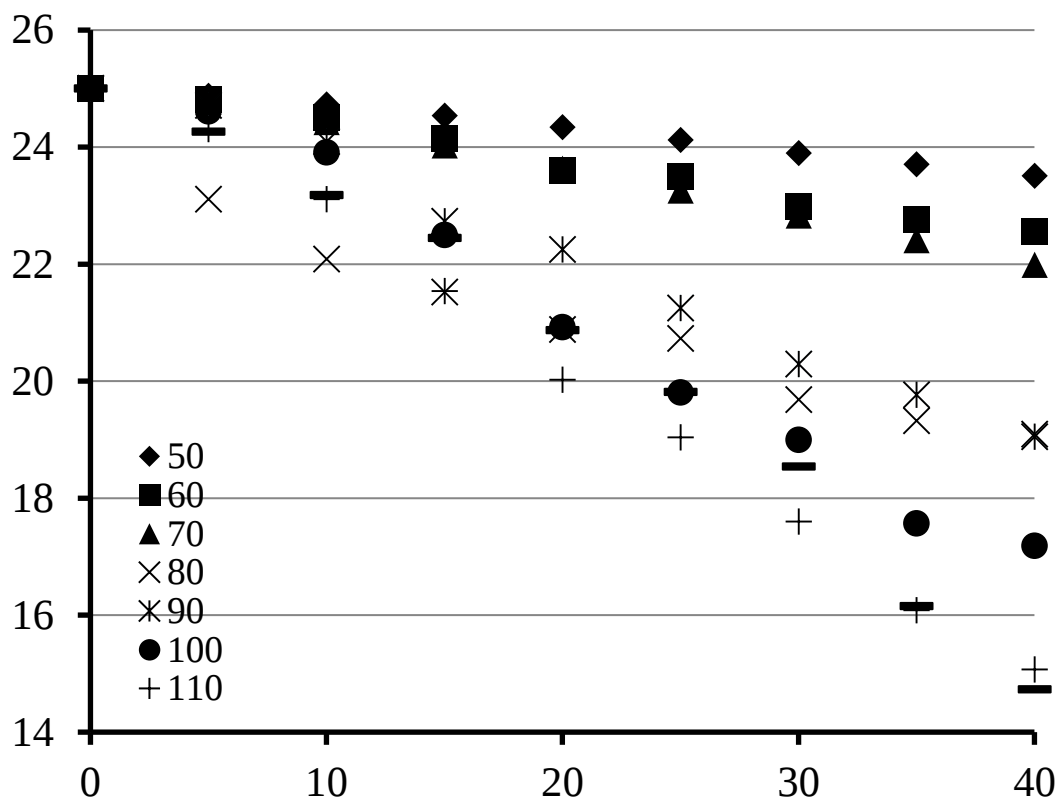


Рис. 4. Динамика уменьшения влаги при $W_0 = 25$

Данные графики описывают процесс выделения влаги из зерен при разных значениях температурного поля. На каждом из графиков отчетливо можно выделить три разных процесса выделения влаги.

Первый можно наблюдать в температурном диапазоне от 50°C до 70°C. В ходе этого процесса влага внутри зерна находится в жидком состоянии и не переходит в парообразное. Влага из зерна в ходе данного выделяется только в результате экстракции влаги по воздействию теплового поля.

Второй процесс наблюдается в диапазоне от 80°C до 90°C. Данный процесс является переходным, часть жидкости перешла в парообразное состояние, а часть так и осталась в жидком внутри зерна. В результате чего выделение влаги немного ускорилось, однако не значительно.

Третий процесс характеризуется практически полным испарением свободной влаги внутри частички зерна. В результате чего влага из зерна выделяется с большей скоростью, нежели при более низких температурах. Однако данный процесс сопровождается довольно высоким риском воспламенения зерна, поэтому столь высокую температуру практически не используют.

Для математического описания процесса прогрева одиночной частицы привлекается уравнение теплопроводности с постоянным коэффициентом теплопроводности, в следующем виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1.1)$$

где T – температура внутри частицы, t – время, λ – коэффициент теплопроводности, x, y, z – пространственные координаты в Декартовой системе координат.

Помимо тепловых процессов, связанных с нагревом, происходит выделение влаги. Для описания диффузионных процессов естественным является использовать уравнение диффузии в Декартовых координатах с постоянным коэффициентом диффузии.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) \quad (1.2)$$

где W – коэффициент влагосодержания, D – коэффициент диффузии.

В начальный момент времени $t_0 = 0$ в камеру с температурой $T = T_W$ помещается частичка, имеющая температуру $T = T_0$. Задачей математического моделирования является определение параметра в нутре частицы в последующие моменты времени $t < t_0$

Граничные условия, на поверхности частички, исходя из физической постановки задачи являются стационарны $T = T_W$.

Исходя из предмета исследования для описания процесса экстракции влаги имеет место воспользоваться моделями, предложенными в работах [6-9]. Однако имеет место совершить переход от декартовых координат к сферическим аналогично тому, что сделали авторы работ [10-12].

Наиболее оптимальным при решении дифференциальных уравнений способом перейти из декартовой системы в сферическую является переход с помощью коэффициентов Ламе. В результате дифференциалы примут следующий вид:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad (2.2)$$

Для простоты построения отталкиваемся от модели предложенной в [6], а тем лишь исключением что коэффициенты диффузии и теплопроводности положим статическими.

В результате чего получена модель следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial W}{\partial t} = K_1 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) + K_2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial t} = K_3 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) + K_4 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \end{cases} \quad (2.3)$$

Где K_1 и K_2 – коэффициенты диффузии, K_3 и K_4 – коэффициенты теплопроводности, r – радиус зернышка пшеницы

Поскольку по условию поставленной задачи образ помещался в статическое тепловое поле, что соответствует граничному условию второго рода, координату Z или $\frac{2}{r^2} \cos \theta$ мы полагаем равной 0 и не учитываем

Сравнение математической модели с экспериментальными данными рассматриваются на рисунках 5-7

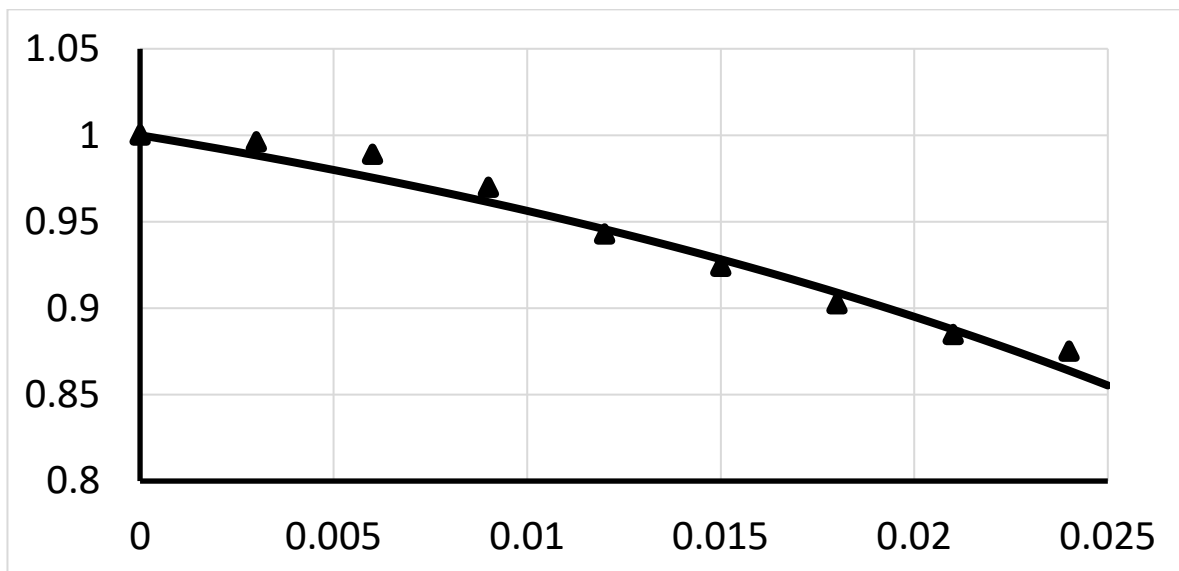


Рис. 5. График сопоставления модели с экспериментальными данными про начальной влажности 9,6%

На рисунке 5 отчетливо видны три ранее выделенных этапа сушки. В точках 0-3 на интервале от 0.005 до 0.01 наблюдается этап прогрева образца, который не сопровождается объёмным выделением влаги. Второй этап наблюдается в точках 3-5 на интервале 0.01 до 0.015. на данном этапе температура внутри пористого зернышка практически сопоставим с температурой теплового поля внутри шкафа, а именно 100°C. В результате чего влага внутри зернышка начала постепенно испаряться и превращаться в газ, что ускорило процесс ее выделения из пор. Заключительный этап наблюдается в точках 5-8 во временном интервале от 0.015 до 0.025.

На данном этапе большая часть влаги внутри зерна перешла в парообразное состояние, что значительно ускорило процесс экстракции влаги.

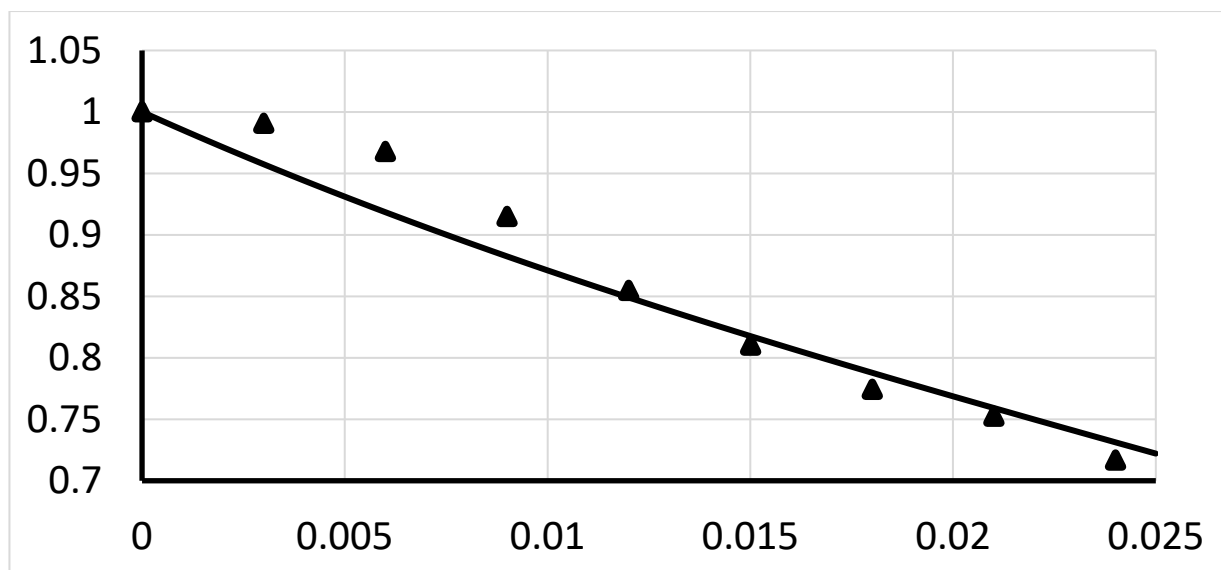


Рис. 6. График сопоставления модели с экспериментальными данными про начальной влажности 20%

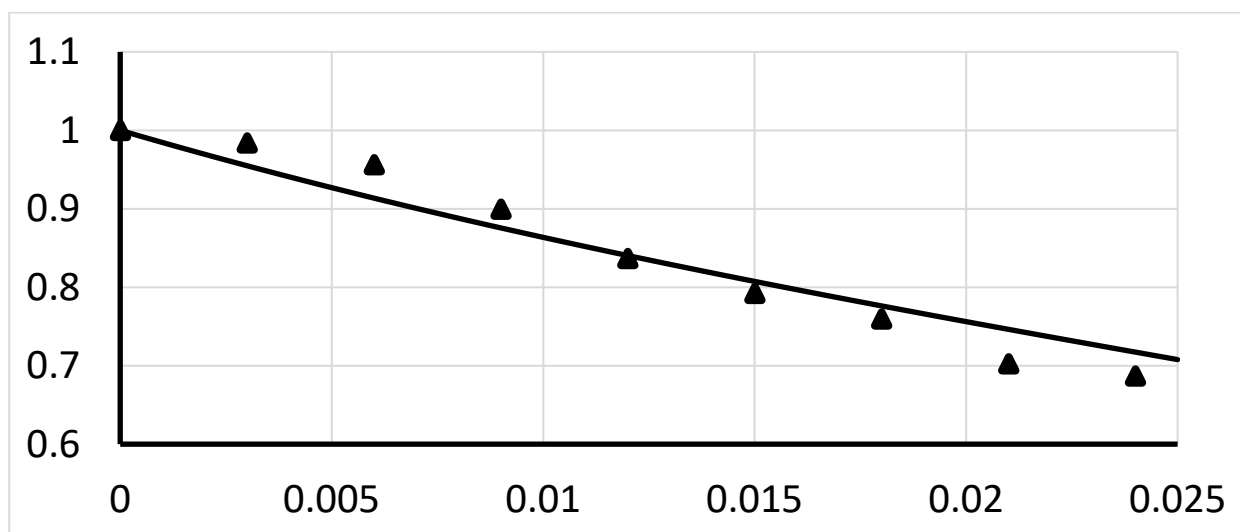


Рис. 7. График сопоставления модели с экспериментальными данными про начальной влажности 25%

При наложении же математической модели справедливо учесть существенный недостаток. Несмотря на то, что модель, с незначительными отклонениями описывает данный процесс, она не позволяет увидеть второй этап сушки. А именно данная модель не описывает момент перехода жидкости в парообразное состояние, в результате чего данная модель нуждается в доработке. В частности, необходимо, некоторым образом, учесть

данный процесс перехода. Данный недочет был учтен в работе [6]. Авторами данной работы было предложено за коэффициент диффузии взять разность коэффициентов диффузии образца для жидкостей и газов.

Однако модель довольно точна способна описать первый и последний этап процесса сушки образца, а именно прогрева и быстрого выделения влаги.

Стоит заметить, что модель также учитывает большую разность в начальной влажности материала. Поскольку при начальной влажности 9,6% внутри зерен вода находится в нехватке, данный процессу сушки значительно замедлен. В случаях же когда начальная влажность равнялась 20 и 25% вода внутри зерен находилась в избытке, что позволило ей беспрепятственно начать процесс испарения, как следствия ускорить уменьшение массы образцов.

Выводы:

Разработанная математическая модель позволяет описать процесс прогрева и экстракции влаги из простых материалов.

Все задачи, поставленные, для построений математической модели, такие как: Обзор существующих моделей описания процесса сушки, проведения реальных экспериментов, физико-математическая постановка задачи, построение собственной модели и сопоставление численных результатов с экспериментальными были реализованы в полном объеме, в соответствии со всеми критериями построения математических моделей.

Разработанная модель довольно проста и универсальна. При этом данная модель может описать процесс сушки и прогрева, что позволит спрогнозировать момент времени, когда влага внутри пористого материала достигнет минимальной сухости. Если результат прогнозирования покажет, что выбранный способ сушки будет являться слишком долгим, как следствие и энергозатратным, то такой процесс сушки будет бесполезным. И как следствие это позволит сократить время на проведения реальных экспериментов.

Также стоит отметить, что данная модель требует незначительных усилий для её усложнения, что позволит более точно описать процесс или же выявить интересующие участки работы.

Список литературы

- 1 Модель [Электронный ресурс]. – Режим доступа: - <https://ru.wikipedia.org/>, свободный. – Загл. с экрана.
- 2 Мухин Олег Игоревич Курс моделирование систем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://stratum.ac.ru/education/textbooks/modelir/contents.html>, свободный. – Загл. с экрана.
- 3 Новосельцев В.Н. Достоинства и недостатки математического моделирования // Фундаментальные исследования. – 2004. – № 6. – С. 121-122;.
- 4 Самарский А.А., Михайлов А.П., 2005. Математическое моделирование. // учебное пособие
- 5 Перехоженцев А.Г. Нормирование сопротивления теплопередаче наружных ограждений зданий по условию теплового комфорта в помещении //Текст научной статьи по специальности «Строительство и архитектура»
- 6 Murugesan Krishnan, K.N. Seetharamu, P. A. Aswatha Narayana A one di-mensional analysis of convective drying of porous materials // November 1996 Heat and Mass Transfer 32(1):81-8
- 7 Rani Puthukulangara Ramachandran, Mohsen Akbarzadeh, Jitendra Paliwal, Stefan Cenkowski Computational Fluid Dynamics in Drying Process Model-linga Technical Review /.
- 8 И.Ю. Алексанян, Л.М. Титова, А.Х.-Х. Нугманов Моделирование процесса сушки дисперсного материала в кипящем слое // Статья ФГБОУ ВПО «Астраханский государственный технический университет»;
- 9 Н.С. Левина Исследование кинетики нагрева и сушки пористых материалов // Статья; ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК № 1-2 2008
- 10 Жилин А.А., Федоров А.В. исследование акустоконвективной сушки мяса // Инженерно-физический журнал. – 2016.;
- 11 Жилин А.А., Федоров А.В. Описание экстракции влаги из зернистых насыпок под воздействием акусто-конвективного потока // Инженерно-физический журнал. – 2016.;
- 12 Жилин А.А., Федоров А.В. Исследование процесса массопереноса в пористом материале при пропитке и сушке// Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН